

基于稀疏贝叶斯学习的 GFDM 系统联合 迭代信道估计与符号检测

王 莹, 于永海, 郑 毅, 林 彬*

(大连海事大学信息科学技术学院, 辽宁大连 116026)

摘要: 针对当前广义频分复用 (Generalized Frequency Division Multiplexing, GFDM) 系统时变信道估计精度低的问题, 提出基于稀疏贝叶斯学习的 GFDM 系统联合信道估计与符号检测算法. 具体地, 采用无干扰导频插入的 GFDM 多重响应信号模型, 在稀疏贝叶斯学习框架下, 结合期望最大化算法 (Expectation-Maximization, EM) 和卡尔曼滤波与平滑算法实现块时变信道的最大似然估计; 基于信道状态信息的估计值进行 GFDM 符号检测, 并通过信道估计与符号检测的迭代处理逐步提高信道估计与符号检测的精度. 仿真结果表明, 所提算法能够获得接近完美信道状态信息条件下的误码率性能, 且具有收敛速度快、对多普勒频移鲁棒性高等优点.

关键词: 广义频分复用; 时变信道估计; 稀疏贝叶斯学习; 期望最大化; 卡尔曼滤波与平滑

基金项目: 国家重点研发计划 (No.2019YFE0111600); 国家自然科学基金 (No.61971083, No.51939001)

中图分类号: TN91

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2024)05-1496-10

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20220480

Iterative Channel Estimation and Symbol Detection for GFDM Systems Based on Sparse Bayesian Learning

WANG Ying, YU Yong-hai, ZHENG Yi, LIN Bin*

(College of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of time-varying channel estimation in generalized frequency division multiplexing (GFDM) systems, a joint iterative channel estimation and symbol detection algorithm for GFDM systems using sparse Bayesian learning is proposed. Specifically, we use a GFDM multi-response signal model with non-interfering pilot insertion. Under the sparse Bayesian learning framework, we combine the expectation-maximization (EM) algorithm and the Kalman filter and smoothing algorithm to realize the maximum likelihood estimation of the block time-varying channel. Consequently, GFDM symbols are detected based on the estimated channel state information (CSI), and the accuracy of the channel estimation and symbol detection is progressively improved through the iterative processing of the channel estimation and symbol detection. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm can achieve better bit error rate (BER) performance close to that under perfect CSI conditions, and it has the advantages of fast convergence speed and high robustness to Doppler frequency shift.

Key words: generalized frequency division multiplexing (GFDM); time-varying channel; sparse Bayesian learning; expectation-maximization (EM); Kalman filtering and smoothing

Foundation Item(s): National Key Research and Development Program of China (No.2019YFE0111600); National Natural Science Foundation of China (No.61971083, No.51939001)

1 引言

作为 5G 移动通信系统的备选波形方案, 广义频分复用 (Generalized Frequency Division Multiplexing,

GFDM) 具有高频谱效率、低带外辐射、低峰均功率比及信号时频结构灵活等优点^[1], 能够满足增强移动宽带 (enhanced Mobile BroadBand, eMBB)、低时延高可靠通

信(Ultra Reliable Low Latency Communication, URLLC)和物联网(Internet of Things, IoT)的业务需求^[2]。

GFDM 是一种非正交多载波调制技术,存在固有的子载波间干扰(Inter-Carrier Interference, ICI)和子符号间干扰(Inter-Subsymbol Interference, ISI)。对于导频辅助的 GFDM 信道估计,其固有的 ICI 与 ISI 将使导频符号受到其他符号的干扰,产生所谓的导频污染现象。文献[3]在最小二乘(Least Squares, LS)和线性最小均方误差(Linear Minimum Mean Square Error, LMMSE)准则下,设计了导频辅助的 MIMO-GFDM 信道估计算法。文献[4]在文献[3]的基础上,通过在导频子载波上布置多个导频符号,进而利用协调平均的方法提高 GFDM 信道估计的精度。但是,增加导频符号数目降低了系统的频谱效率。文献[5]首先在频域利用 LS 算法估计信道的频率响应,并通过逆离散傅里叶变换得到信道的脉冲响应函数,根据预测的信道最大时延扩展,将脉冲响应函数时延索引号大于最大时延扩展的采样点置零,再由离散傅里叶变换得到信道的频率响应,从而达到提高 GFDM 系统信道估计精度的目的。但是,文献[3~5]均将导频符号处的 ICI 与 ISI 视为噪声信号,未对导频符号受到的干扰进行抑制,这使其信道估计显著低于相应的正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)信道估计的性能。文献[6]利用 GFDM 符号的前导序列进行信道估计,为了减少前导序列带来的频谱效率下降,通过短 OFDM 符号构建了前导序列。然而,OFDM 符号会影响 GFDM 系统的低带外辐射特性。文献[7]提出了导频干扰消除和发射机干扰消除两种算法,可以分别消除 GFDM 导频符号受到的干扰和 GFDM 符号内所有符号受到的干扰,并在此基础上设计了 LS 信道估计算法。但相应的干扰消除算法会造成发射功率损失,且仅适用于近似平坦衰落的频率选择性信道。文献[8,9]提出了 GFDM 系统的低复杂度频域调制方案,可以为导频符号预留不受其他数据符号干扰的子载波,从而实现无干扰导频插入。进而文献[8]指出,在 LS 和 LMMSE 准则下基于无干扰导频插入的 GFDM 信道估计能够获得与相应的 OFDM 信道估计相当的性能。文献[10]利用文献[8]的无干扰导频插入方案,设计了具有迭代信道估计功能的 GFDM 接收机。文献[11]利用文献[9]的频域调制方案设计了 GFDM 联合信道与相位噪声估计算法。此外,文献[12]提出了基于矩阵特征值分解的 GFDM 预处理与后处理方案,以消除 GFDM 系统固有的 ICI 与 ISI,实现无干扰导频插入,并给出了基于 LS 的导频辅助的信道估计方法。文献[13]通过在适当位置放置的导频符号,结合使用循环前缀内的导频信息,构建了基于 LMMSE 算法的并行 ICI 与 ISI 消除方案用于 GFDM 信道估计。然而,文

献[13]将两个 GFDM 子符号用作导频,且循环前缀长度等于子符号长度,这造成了频谱效率损失。在无线信道时延扩展现象严重的情况下,上述基于 LS 和 LMMSE 的信道估计算法需要大量的导频符号才能保障信道估计的精度。文献[14]针对存在载波频偏和 IQ 不平衡的多用户单输入多输出 GFDM 系统,提出了一种信道、载波频偏和 IQ 不平衡半盲联合估计算法。该半盲联合估计算法利用 GFDM 帧内所有 GFDM 符号对接收信号的自相关矩阵进行估计,其误码率(Bit Error Rate, BER)对 GFDM 帧内 GFDM 符号数目比较敏感,且要求信道脉冲响应函数在一帧内保持不变,易受到时间选择性衰落的影响。文献[15]利用周期性发送的 GFDM 导频符号块,构建了一种模型驱动的深度神经网络,基于深度神经网络实现 GFDM 联合迭代数据检测与信道估计算法。

在实际的通信环境中,信道脉冲响应函数的能量主要集中在少数几个抽头上,而大部分抽头能量很小或者为零,即无线信道通常具有稀疏特性^[16,17]。将压缩感知理论应用于无线稀疏信道估计可以显著降低导频符号的数目,基于压缩感知的 OFDM 信道估计技术受到了人们的广泛关注^[18-20]。然而,基于压缩感知的估计方法仅能提供稀疏矢量的点估计,且无法利用有关待估计稀疏矢量的任何先验知识^[21]。为了克服压缩感知信道估计算法的不足之处,文献[22]提出了基于稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)的联合 OFDM 稀疏信道估计与符号检测算法,得到了显著优于传统压缩感知技术的信道估计与 BER 性能。在文献[22]的基础之上,文献[23]提出了基于 SBL 的正交空时编码 MIMO-OFDM 双选择信道估计算法。文献[24]将正交时频空(Orthogonal Time Frequency Space, OTFS)调制系统中延迟-多普勒域信道脉冲响应函数估计问题,转换为一个稀疏信号恢复问题,并基于 SBL 框架对问题进行求解,可有效降低导频开销。文献[25]利用 SBL 技术实现了 OTFS 系统离网格(off-grid)信道估计。虽然 OFDM 和 OTFS 的稀疏信道估计已经得到了深入研究,但是 GFDM 稀疏信道估计的文献却是非常有限。目前仅见文献[26]提出基于正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)的 GFDM 迭代信道估计算法。然而,该算法只考虑了非时变信道估计,且 OMP 这一经典的压缩感知算法需要接收端已知信道的稀疏度才能进行信号重建。为此,本文提出基于 SBL 的 GFDM 系统联合迭代信道估计与符号检测算法,采用无干扰导频插入的多重信号响应模型,在 SBL 框架下由超参数(hyperparameter)描述信道脉冲响应函数的稀疏性,通过期望最大化(Expectation Maximization, EM)算法计算稀疏信道的最大似然估计值,进而完成对 GFDM 信号的均

衡与符号检测。

本文的主要贡献总结如下：

(1) 构建了基于卡尔曼滤波与平滑的多重稀疏贝叶斯学习信道估计 (Kalman filtering and smoothing-based Multiple Sparse Bayesian Learning Channel estimation, K-MSBLC) 算法。将未知的信道状态信息作为隐变量, 借助导频符号, 在 EM 算法的 E-步通过卡尔曼滤波与平滑算法计算块时变信道脉冲响应矢量的估计值及其协方差矩阵, 并在 EM 算法的 M-步对 SBL 框架下的超参数进行更新。通过 E-步与 M-步的迭代, 实现 GFDM 的信道估计。

(2) 在 K-MSBLC 算法的基础上, 提出基于卡尔曼滤波与平滑的多重稀疏贝叶斯学习联合迭代信道估计与符号检测 (Kalman filtering and smoothing-based Multiple Sparse Bayesian Learning Joint iterative Channel estimation and Symbol detection, K-MSBLJCS) 算法。利用 K-MSBLC 算法提供的信道估计值作为初值, 进行符号检测, 并将得到的 GFDM 符号估计值结合导频数据进行下一轮信道估计。通过信道估计与符号检测过程的迭代处理, 实现 GFDM 系统高精度信道估计与符号检测。

(3) 对所提算法进行了仿真实验。仿真结果表明, 本文所提 K-MSBLC 算法和 K-MSBLJCS 算法均比 OMP 算法和多重稀疏贝叶斯学习 (Multiple Sparse Bayesian Learning, MSBL) 算法具有更低的信道估计均方误差值和误码率; 且 K-MSBLJCS 算法的信道估计与符号检测性能都优于 K-MSBLC 算法, 能获得接近完美信道状态信息条件下的误码率性能。此外, K-MSBLJCS 算法收敛速度快, 对多普勒频移及信道相关系数失配不敏感。

符号说明: 矩阵 X 的转置与共轭转置分别表示为 X^T 和 X^H , 复数 x 的复共轭表示为 x^* ; $x \odot y$ 表示向量 x 与 y 的 Hadamard 积; $X \otimes Y$ 表示矩阵 X 与矩阵 Y 的克罗内克积; $\langle \cdot \rangle_N$ 表示模- N 操作; F_n 表示 $n \times n$ 阶的单位离散傅里叶变换矩阵, $F_{n \times m}$ 表示 F_n 的前 m 列元素组成的矩阵, 这里, $n \geq m$; I_n 表示 $n \times n$ 阶的单位矩阵; $\mathbf{0}_{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 的全零矩阵; $\text{diag}(\mathbf{h})$ 表示以矢量 \mathbf{h} 为主对角线元素的对角矩阵; \mathbb{C} 表示复数集, \mathbb{R} 表示实数集; 复高斯矢量 $x \sim \text{CN}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ 具有均值 $\boldsymbol{\mu}$ 和协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$; $E(\cdot)$ 表示数学期望; $\text{vec}(X)$ 表示将矩阵 X 的列向量依次排列组成一个列向量; $\text{tr}(X)$ 表示矩阵 X 的迹; $(X)_{m,n}$ 表示矩阵 X 的第 m 行、第 n 列的元素, $(x)_m$ 表示矢量 x 的第 m 个元素。

2 系统模型

2.1 GFDM 无干扰导频插入

本小节定义 GFDM 帧结构, 并对 GFDM 无干扰导频插入技术进行介绍, 为后续块时变信道估计与符号检测做准备。

如图 1 所示, 考虑一个包含 Z 个 GFDM 符号的帧, 其中每个 GFDM 符号具有 K 个子载波、 M 个子符号, 且记 $N=KM$ 为 GFDM 符号的采样点数。导频符号布置在每个 GFDM 符号的第一个子符号内, 且导频符号的子载波间隔为 Δk 。

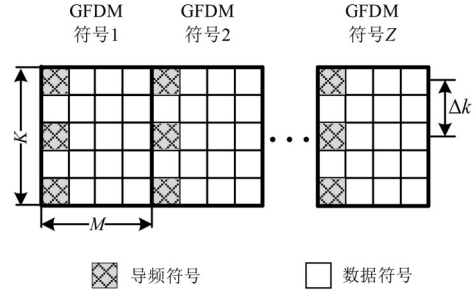


图 1 GFDM 数据块结构示意图

记 $d_{i,k}[m]$ 为第 i 个 GFDM 符号中第 k 个子载波、第 m 个子符号上传输的正交幅度调制符号, 这里, $i \in \{1, 2, \dots, Z\}$, $k \in \{0, 1, \dots, K-1\}$, $m \in \{0, 1, \dots, M-1\}$. 符号 $d_{i,k}[m]$ 通过原型滤波器 $\mathbf{g} = [g[0], g[1], \dots, g[N-1]]^T$ 在时间和频率上循环移位的版本进行脉冲成型, 则第 i 个 GFDM 符号的基带信号波形可以表示为

$$x_i[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} d_{i,k}[m] g[\langle n-mK \rangle_N] \exp\left(j2\pi \frac{kn}{K}\right) \quad (1)$$

其中, $n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$. 令 $\mathbf{d}_i = [d_{i,0}^T, d_{i,1}^T, \dots, d_{i,K-1}^T]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示第 i 个 GFDM 符号传输的符号矢量, 这里 $\mathbf{d}_{i,k} = [d_{i,k}[0], d_{i,k}[1], \dots, d_{i,k}[M-1]]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$. 如图 1 所示, 定义传输导频符号的子载波为导频子载波, 而未传输导频符号的子载波为数据子载波。为了获得无干扰导频符号, 将符号矢量 $\mathbf{d}_{i,k}$ 分解为导频子载波矢量 $\widehat{\mathbf{d}}_{i,k}$ 和数据子载波矢量 $\widetilde{\mathbf{d}}_{i,k}$, 有 $\mathbf{d}_{i,k} = \widehat{\mathbf{d}}_{i,k} + \widetilde{\mathbf{d}}_{i,k}$. 若第 k 个子载波为导频子载波, 则矢量 $\widehat{\mathbf{d}}_{i,k}$ 的元素包括相应的导频符号和数据符号, 否则 $\widehat{\mathbf{d}}_{i,k} = \mathbf{0}_{M \times 1}$; 若第 k 个子载波为数据子载波, 则矢量 $\widetilde{\mathbf{d}}_{i,k}$ 的元素只包括相应的数据符号, 否则 $\widetilde{\mathbf{d}}_{i,k} = \mathbf{0}_{M \times 1}$. 且有 $\widehat{\mathbf{d}}_{i,k} \odot \widetilde{\mathbf{d}}_{i,k} = \mathbf{0}_{M \times 1}$. 此时, 式(1)便可以改写为能够实现无干扰导频插入的 GFDM 频域调制形式^[8], 即

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{F}_N^H \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{P}^{(k)} \mathbf{G}^\delta \mathbf{R}^\delta \left(\boldsymbol{\Theta} \widehat{\mathbf{d}}_{i,k} + \mathbf{F}_M \widetilde{\mathbf{d}}_{i,k} \right) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x}_i = [x_i[0], x_i[1], \dots, x_i[N-1]]^T$; \mathbf{R}^δ 表示 δ 阶重复矩阵, 其包含 δ 个 $M \times M$ 阶单位矩阵 \mathbf{I}_M , 即 $\mathbf{R}^\delta = [\mathbf{I}_M, \dots, \mathbf{I}_M]^T \in \mathbb{R}^{\delta M \times \delta M}$; \mathbf{G}^δ 为 $\delta M \times \delta M$ 阶对角矩阵, 其对角线元素为 $\mathbf{F}_{\delta M} \mathbf{g}^\delta$, 这里, \mathbf{g}^δ 是对原型滤波器 \mathbf{g} 进行 K/δ 倍抽取的结果; $\mathbf{P}^{(k)}$ 表示 $N \times \delta M$ 阶频谱搬迁矩阵, 其作用是将直流信号搬迁至第 k 个子载波的位置, 相应的构造

方法如下:

$$\mathbf{P}^{(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\delta M/2} & \mathbf{0}_{\delta M/2} & \cdots & \mathbf{0}_{\delta M/2} & \mathbf{0}_{\delta M/2} \\ \mathbf{0}_{\delta M/2} & \mathbf{I}_{\delta M/2} & \cdots & \mathbf{0}_{\delta M/2} & \mathbf{I}_{\delta M/2} \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{P}^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\delta M/2} & \mathbf{I}_{\delta M/2} & \cdots & \mathbf{0}_{\delta M/2} & \mathbf{0}_{\delta M/2} \\ \mathbf{I}_{\delta M/2} & \mathbf{0}_{\delta M/2} & \cdots & \mathbf{0}_{\delta M/2} & \mathbf{0}_{\delta M/2} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

通常设置 $\delta = 2^{[8]}$. $M \times M$ 阶矩阵 Θ 定义为

$$\Theta = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\eta & \mathbf{0}_{\eta \times (M-\eta)} \\ \mathbf{0}_{(M-\eta) \times \eta} & \mathbf{F}_{M-\eta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,下标 η 表示 $\hat{\mathbf{d}}_{i,k}$ 中导频符号的数量,本文取 $\eta = 1$.

通过式(2)给出的 GFDM 频域调制方式,可以将导频符号以无 ISI 的方式插入到设定的子载波上. 需要指出的是,由于滤波矩阵 \mathbf{G}^θ 阻带的非完美特性,导频符号会受到来自相邻子载波的 ICI,但是相应的 ICI 很小,通常可以忽略^[8]. 这样,接收端便可以对接收信号进行傅里叶变换,并在导频子载波位置上直接提取出导频数据.

2.2 稀疏信道及信号传输模型

GFDM 信号在传输过程中会受无线稀疏信道衰落的影响,从而导致接收机性能下降. 本节给出块时变无线稀疏信道模型,并针对第 2.1 节定义的 GFDM 帧结构,分别建立 GFDM 信号在时域与频域的信号传输模型.

令 $\mathbf{h}_i = [h_{i,0}, h_{i,1}, \dots, h_{i,L-1}]^T \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ ($i = 1, 2, \dots, Z$) 为第 i 个 GFDM 符号内频率选择性信道的稀疏脉冲响应矢量, L 为信道的径数. 假设稀疏信道脉冲响应矢量的非零元素的位置,在包含 Z 个 GFDM 符号的一帧内保持不变^[27]. 与文献[22, 23]相似,本文考虑块衰落时变信道,即 GFDM 符号的持续时间小于信道的相干时间,信道的脉冲响应在一个 GFDM 符号内保持不变,但是逐 GFDM 符号发生变化. 则第 i 个 GFDM 符号的稀疏信道脉冲响应矢量 \mathbf{h}_i , 在时域的演化过程可以采用 1 阶自回归 (first order AutoRegressive, AR1) 模型进行描述^[22, 23], 有

$$\mathbf{h}_i = \rho \mathbf{h}_{i-1} + \sqrt{1 - \rho^2} \mathbf{u}_i, i = 1, 2, \dots, Z \quad (6)$$

其中, \mathbf{h}_{i-1} 是第 $i-1$ 个 GFDM 符号的稀疏信道脉冲响应矢量. ρ 表示信道脉冲响应的时域相关系数,可以由 Jakes 模型确定,即 $\rho = J_0(2\pi f_D T_{\text{sym}})$, 这里 $J_0(\cdot)$ 表示零阶贝塞尔函数, f_D 表示多普勒频移, T_{sym} 表示 GFDM 符号的时间长度. $T_{\text{sym}} = T_0 + T_{\text{CP}}$, 其中 T_0 和 T_{CP} 分别为 GFDM 有效数据块长度和循环前缀长度. 多普勒频移 f_D 可以进一步表示为

$$f_D = (v \cos \theta) / \lambda \quad (7)$$

其中, v 表示发射机与接收机之间的相对运动速度; θ 表示接收信号相对于运动方向的到达角度; λ 为载波波长. 由式(7)可知,相对速度 v 增大,将导致多普勒频移

f_D 增加,进而会引起信道脉冲响应的时域相关系数 ρ 减小.

在 SBL 框架下, \mathbf{h}_i 定义为服从参数化的高斯分布,即 $\mathbf{h}_i \sim \text{CN}(\mathbf{0}_{L \times 1}, \mathbf{\Gamma})$, 这里 $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\boldsymbol{\gamma}) \in \mathbb{R}^{L \times L}$ 为未知且待估计的超参数 (hyperparameter) 矩阵, $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{L-1}]^T$. γ_l ($l = 0, 1, \dots, L-1$) 表示信道第 l 条路径的平均功率,如果 $\gamma_l \rightarrow 0$, 则其对应的 $h_i[l] \rightarrow 0$. 此外,式(6)中的过程激励噪声 $\mathbf{u}_i \sim \text{CN}(\mathbf{0}_{L \times 1}, \mathbf{\Gamma})$. 记 $\mathcal{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z] \in \mathbb{C}^{L \times Z}$, 记由矩阵 \mathcal{H} 的第 l 行元素组成的矢量为 $\tilde{\mathbf{h}}_l = [h_{1,l}, h_{2,l}, \dots, h_{Z,l}]^T \in \mathbb{C}^{Z \times 1}$. 根据式(6)可知, $\tilde{\mathbf{h}}_l \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega}_l)$, 其协方差矩阵 $\mathbf{\Omega}_l$ 定义为

$$\mathbf{\Omega}_l = [\tilde{\mathbf{h}}_l \tilde{\mathbf{h}}_l^H] = \gamma_l \mathbf{B}, l = 0, 1, \dots, L-1 \quad (8)$$

其中, \mathbf{B} 是 GFDM 分组逐符号下的归一化信道时域相关矩阵, 有

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \cdots & \rho^{Z-1} \\ \rho & 1 & \cdots & \rho^{Z-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{Z-1} & \rho^{Z-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

此时, $\tilde{\mathbf{h}}_l$ 的先验概率分布便可以表示为

$$p(\tilde{\mathbf{h}}_l; \gamma_l) = \frac{1}{\pi^Z |\gamma_l \mathbf{B}|} \exp(-\tilde{\mathbf{h}}_l^H (\gamma_l \mathbf{B})^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_l) \quad (10)$$

考虑广义平稳无关散射 (Wide Sense Stationary Uncorrelated Scatter, WSSUS) 信道模型, 且记 $\mathbf{h} = \text{vec}(\mathcal{H}^T)$, 则

$$p(\mathbf{h}; \boldsymbol{\gamma}) \sim \text{CN}(\mathbf{0}_{LZ \times 1}, \mathbf{\Sigma}_0) \quad (11)$$

其中, 稀疏信道矢量 \mathbf{h} 的协方差矩阵 $\mathbf{\Sigma}_0 \in \mathbb{C}^{LZ \times LZ}$ 可以表示为

$$\mathbf{\Sigma}_0 = \begin{bmatrix} \gamma_0 \mathbf{B} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \gamma_{L-1} \mathbf{B} & \end{bmatrix} = \mathbf{\Gamma} \otimes \mathbf{B} \quad (12)$$

假设 GFDM 符号的循环前缀长度不小于 L , 且接收机完成完美符号同步, 则去除循环前缀后的接收信号可以表示为

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i \quad (13)$$

其中, $\mathbf{y}_i = [y_i[0], y_i[1], \dots, y_i[N-1]]^T$ 是第 i 个 GFDM 符号的接收信号矢量; $\mathbf{v}_i = [v_i[0], v_i[1], \dots, v_i[N-1]]^T$ 是零均值、方差为 $\sigma_v^2 \mathbf{I}_N$ 的加性高斯白噪声矢量; $\mathbf{H}_i \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 是循环卷积信道矩阵, 为一循环矩阵, 其首个列矢量的前 L 个元素为 \mathbf{h}_i , 其余 $N-L$ 个元素为零. 将式(13)转换到频域, 有

$$\mathbf{Y}_i = \text{diag}(\mathbf{F}_{N \times L} \mathbf{h}_i) \mathbf{F}_N \mathbf{x}_i + \mathbf{V}_i \quad (14)$$

其中, $\mathbf{Y}_i = \mathbf{F}_N \mathbf{y}_i$ 及 $\mathbf{V}_i = \mathbf{F}_N \mathbf{v}_i$. 为了估计信道脉冲矢量, 将式(14)改写为观测方程的形式, 即

$$\mathbf{Y}_i = \boldsymbol{\Psi}_i \mathbf{h}_i + \mathbf{V}_i, i = 1, 2, \dots, Z \quad (15)$$

其中, $\Psi_i = \text{diag}(\mathbf{F}_N \mathbf{x}_i) \mathbf{F}_{N \times L}$ 是对应于第 i 个 GFDM 符号的观测矩阵; 记 $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_Z] \in \mathbb{C}^{N \times Z}$.

2.3 GFDM 帧内导频布置方案

本文在 GFDM 帧内插入导频符号, 以实现导频辅助的信道估计算法. 接下来给出 GFDM 帧内导频的布置方案.

如图 1 所示, GFDM 帧的每个 GFDM 符号均采用相同的导频符号结构. 导频符号在频率上相隔 Δk 个子载波, 则每个 GFDM 符号所携带的导频符号的数目为 $p = \lfloor K/\Delta k \rfloor$, 共有 $P = pZ$ 个导频符号. 导频矢量记为 $\mathbf{d}_p = [d_{p,0}, d_{p,1}, \dots, d_{p,p-1}]^T \in \mathbb{C}^{p \times 1}$. 基于式 (15), 联合考虑帧内 Z 个 GFDM 符号, 接收端从导频子载波位置处提取的导频数据可以表示为

$$\mathbf{Y}_p = \Psi_p \mathcal{H} + \mathbf{V}_p \quad (16)$$

其中, $\mathbf{Y}_p = [\mathbf{Y}_{p,1}, \mathbf{Y}_{p,2}, \dots, \mathbf{Y}_{p,Z}] \in \mathbb{C}^{p \times Z}$, $\mathbf{V}_p = [\mathbf{V}_{p,1}, \mathbf{V}_{p,2}, \dots, \mathbf{V}_{p,Z}] \in \mathbb{C}^{p \times Z}$, $\mathbf{Y}_{p,i} \in \mathbb{C}^{p \times 1}$ 与 $\mathbf{V}_{p,i} \in \mathbb{C}^{p \times 1}$ 分别是 \mathbf{Y}_i 与 \mathbf{V}_i 中导频子载波位置处的数据, 这里 $i=1, 2, \dots, Z$; $\Psi_p = \text{diag}(\mathbf{d}_p) \mathbf{F}_p \in \mathbb{C}^{p \times L}$, $\mathbf{F}_p \in \mathbb{C}^{p \times L}$ 是 $\mathbf{F}_{N \times L}$ 中与导频子载波相对应的 p 个行矢量所组成的矩阵.

3 基于 SBL 的 GFDM 块时变信道估计与符号检测

3.1 基于卡尔曼滤波与平滑的 SBL 信道估计

针对 GFDM 系统的块时变信道进行估计, 本节引入 SBL 技术, 构建 K-MSBLC 算法, 实现对块时变信道的初步估计.

在 SBL 框架下, 超参数矢量 $\boldsymbol{\gamma}$ 的值决定多径信道的稀疏度及每一路径的平均信道增益, 是需要估计的未知量. 式 (16) 表示的是多重信号响应 GFDM 信道估计模型, 可以利用文献 [28] 提出的 MSBL 算法进行求解. 然而, MSBL 算法未考虑被估计量的时域相关性, 为此, 本文构建 K-MSBLC 算法实现 GFDM 信道估计, 以改善 MSBL 算法的性能.

根据式 (16), 导频辅助的超参数矢量 $\boldsymbol{\gamma}$ 的最大似然估计可以表示为

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{ML}} = \arg \max_{\boldsymbol{\gamma}} p(\mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}) \quad (17)$$

由于无法求得式 (17) 最大似然估计值的闭式解, 因此借助期望最大化算法, 通过迭代计算的方式计算 $\boldsymbol{\gamma}$ 的最大似然估计值. 基于导频信号模型式 (16), 将信道矢量 $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z$ 视为隐变量, 有

E-步:

$$Q(\boldsymbol{\gamma}|\boldsymbol{\gamma}^{(r)}) = \mathbb{E}_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} (\log p(\mathcal{H}, \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma})) \quad (18)$$

M-步:

$$\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} = \arg \max_{\boldsymbol{\gamma}} Q(\boldsymbol{\gamma}|\boldsymbol{\gamma}^{(r)}) \quad (19)$$

其中, 上标 (r) 表示 EM 算法第 r 次迭代时的估计结果. 在考虑信道的时域相关性的情况下, EM 算法 E-步中隐变量与观测量的联合概率密度函数可以表示为

$$p(\mathcal{H}, \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}) = \prod_{i=1}^Z p(\mathbf{Y}_{p,i} | \mathbf{h}_i) p(\mathbf{h}_i | \mathbf{h}_{i-1}; \boldsymbol{\gamma}) \quad (20)$$

对式 (20) 取对数, 在忽略掉与 \mathcal{H} 和 $\boldsymbol{\gamma}$ 无关的常数项之后, 有

$$\begin{aligned} \log(p(\mathcal{H}, \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma})) &= \sum_{i=1}^Z \frac{\|\mathbf{Y}_{p,i} - \Psi_p \mathbf{h}_i\|_2^2}{\sigma_v^2} \\ &+ \sum_{i=2}^Z \frac{(\mathbf{h}_i - \rho \mathbf{h}_{i-1})^H \Gamma^{-1} (\mathbf{h}_i - \rho \mathbf{h}_{i-1})}{1 - \rho^2} \\ &+ Z \log |\Gamma| + \mathbf{h}_1^H \Gamma^{-1} \mathbf{h}_1 \end{aligned} \quad (21)$$

进而, EM 算法的 M-步为

$$\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} = \arg \max_{\boldsymbol{\gamma}} \mathbb{E}_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} (\Omega) \quad (22)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Omega &= \sum_{i=1}^Z \frac{\|\mathbf{Y}_{p,i} - \Psi_p \mathbf{h}_i\|_2^2}{\sigma_v^2} \\ &+ \sum_{i=2}^Z \frac{(\mathbf{h}_i - \rho \mathbf{h}_{i-1})^H \Gamma^{-1} (\mathbf{h}_i - \rho \mathbf{h}_{i-1})}{1 - \rho^2} \\ &+ Z \log |\Gamma| + \mathbf{h}_1^H \Gamma^{-1} \mathbf{h}_1 \end{aligned}$$

在 M-步中, 需要确定 $\mathbb{E}_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} (\mathbf{h}_i)$, $\mathbb{E}_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} (\mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^H)$ 及 $\mathbb{E}_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} (\mathbf{h}_i \mathbf{h}_{i-1}^H)$ 这 3 个后验概率估计值. 为此, 利用卡尔曼滤波与平滑算法对块时变信道进行估计.

以式 (6) 为状态方程, 以式 (16) 为观测方程, 利用导频信息通过卡尔曼滤波与平滑算法对第 i 个 GFDM 符号的信道脉冲矢量 \mathbf{h}_i ($i=1, 2, \dots, Z$) 进行估计, 得到 \mathbf{h}_i 的最小均方误差 (Minimum Mean Square Error, MMSE) 估计值 $\hat{\mathbf{h}}_{\hat{i}}$ 及其协方差矩阵 $\mathbf{P}_{\hat{i}}$ [29]. 具体的基于导频信息的卡尔曼前向滤波 GFDM 信道估计可以表示为

预测:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{h}}_{\hat{i}-1} = \rho \hat{\mathbf{h}}_{\hat{i}-1|\hat{i}-1} \\ \mathbf{P}_{\hat{i}-1} = \rho^2 \mathbf{P}_{\hat{i}-1|\hat{i}-1} + (1 - \rho^2) \Gamma \end{cases} \quad (23)$$

卡尔曼增益:

$$\mathbf{G}_i = \mathbf{P}_{\hat{i}-1} \Psi_p^H (\sigma_v^2 \mathbf{I}_p + \Psi_p \mathbf{P}_{\hat{i}-1} \Psi_p^H)^{-1} \quad (24)$$

更新:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{h}}_{\hat{i}} = \hat{\mathbf{h}}_{\hat{i}-1} + \mathbf{G}_i (\mathbf{Y}_p - \Psi_p \hat{\mathbf{h}}_{\hat{i}-1}) \\ \mathbf{P}_{\hat{i}} = (\mathbf{I}_L - \mathbf{G}_i \Psi_p) \mathbf{P}_{\hat{i}-1} \end{cases} \quad (25)$$

其中, $i=1, 2, \dots, Z$; $\hat{\mathbf{h}}_{\hat{i}-1}$ 和 $\mathbf{P}_{\hat{i}-1}$ 分别表示稀疏信道的预测值和预测值的协方差矩阵; \mathbf{G}_i 为卡尔曼增益矩阵. 而卡尔曼反向平滑过程 [30] 为

平滑:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{h}}_{i-1|Z} = \hat{\mathbf{h}}_{i-1|i-1} + \mathbf{J}_{i-1} (\hat{\mathbf{h}}_{i|Z} - \hat{\mathbf{h}}_{i|i-1}) \\ \mathbf{P}_{i-1|Z} = \mathbf{P}_{i-1|i-1} + \mathbf{J}_{i-1} (\mathbf{P}_{i|Z} - \mathbf{P}_{i-1|i-1}) \mathbf{J}_{i-1}^H \end{cases} \quad (26)$$

其中, $\hat{\mathbf{h}}_{i-1|Z}$ 和 $\mathbf{P}_{i-1|Z}$ 分别表示通过反向平滑修正的稀疏信道的预测值和预测值的协方差矩阵; $\mathbf{J}_{i-1} \triangleq \rho \mathbf{P}_{i-1|i-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1}$.

此时, 有 $E_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}}(\mathbf{h}_i) \triangleq \hat{\mathbf{h}}_{i|Z}$, $E_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}}(\mathbf{h}_i \mathbf{h}_i^H) \triangleq \mathbf{P}_{i|Z} + \hat{\mathbf{h}}_{i|Z} \hat{\mathbf{h}}_{i|Z}^H$. 另外, 基于状态方程式(6)及信道脉冲响应函数与过程激励噪声间的相互独立条件假设 $E_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}}(\mathbf{u}_i \mathbf{h}_{i-1}^H) = 0$, 有

$$\begin{aligned} & E_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}}(\mathbf{h}_i \mathbf{h}_{i-1}^H) \\ & \triangleq E_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}_p; \boldsymbol{\gamma}^{(r)}}((\rho \mathbf{h}_{i-1} + \mathbf{u}_i) \mathbf{h}_{i-1}^H) \\ & \triangleq \rho (\mathbf{P}_{i-1|Z} + \hat{\mathbf{h}}_{i-1|Z} \hat{\mathbf{h}}_{i-1|Z}^H) \end{aligned} \quad (27)$$

进而, 忽略掉与超参数矢量 $\boldsymbol{\gamma}$ 无关的量, M-步式(22)可以改写为

$$\boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} = \arg \max_{\boldsymbol{\gamma}} \left(\begin{aligned} & Z \log |\boldsymbol{\Gamma}| + \text{Tr}(\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{M}_{11}) \\ & + \frac{1}{1-\rho^2} \sum_{i=2}^Z \text{Tr}(\boldsymbol{\Gamma}^{-1} (\mathbf{M}_{ii} - \rho^2 \mathbf{M}_{i-1|i-1})) \end{aligned} \right) \quad (28)$$

其中, $\mathbf{M}_{ii} = \mathbf{P}_{i|Z} + \hat{\mathbf{h}}_{i|Z} \hat{\mathbf{h}}_{i|Z}^H$, $i=1, 2, \dots, Z$. 将式(28)对超参数 $\boldsymbol{\gamma}_l$ 求导, 并令求导结果等于0, 可以得到

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_l^{(r+1)} = \frac{1}{Z} \left((\mathbf{M}_{11})_{ll} + \frac{1}{1-\rho^2} \sum_{i=2}^Z (\mathbf{M}_{ii} - \rho^2 \mathbf{M}_{i-1|i-1})_{ll} \right) \quad (29)$$

综上所述, K-MSBLC算法首先在E-步利用卡尔曼滤波与平滑计算信道脉冲响应矢量的估计值及其协方差矩阵, 再由M-步对超参数矢量 $\boldsymbol{\gamma}$ 进行更新, 并将 $\boldsymbol{\gamma}$ 的更新值返回E-步重新计算信道脉冲响应矢量的估计值及其协方差矩阵, 通过上述迭代实现对信道脉冲响应 \mathbf{h} 及超参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 的估计. 完整的K-MSBLC信道估计算法如算法1所示.

3.2 基于SBL的联合迭代GFDM信道估计与符号检测

K-MSBLC算法在GFDM信道估计过程中, E-步仅利用导频信息对信道脉冲响应矢量进行估计. 而在E-步阶段联合使用GFDM帧内数据符号的估计值与导频符号实现信道估计, 将能够提高信道估计的精度, 并改善系统BER性能. 为此, 提出K-MSBLJCS算法, 利用K-MSBLC算法提供的信道估计值作为初值, 通过信道估计与符号检测的联合迭代处理, 实现GFDM系统的高精度信道估计与符号检测.

GFDM联合信道估计与符号检测问题可以表示为

算法1 基于卡尔曼滤波与平滑的MSBL信道估计算法(K-MSBLC)

输入: \mathbf{Y}_p , $\boldsymbol{\Psi}_p$, ρ , 以及 σ_v^2

Step1 初始化EM算法最大迭代次数 r_{\max} , EM算法迭代停止判据 ϵ

Step2 设置迭代次数 $r=0$, 超参数初值 $\boldsymbol{\Gamma}^{(0)} = \mathbf{I}_L$

Step3 E-步:

(1) 设置 $i=1$, $\hat{\mathbf{h}}_{00} = \mathbf{0}$, 以及 $\mathbf{P}_{00} = \boldsymbol{\Gamma}^{(r)}$

(2) 预测: 信道预测值 $\hat{\mathbf{h}}_{i|Z} = \rho \hat{\mathbf{h}}_{i-1|Z}$, 协方差矩阵

$$\mathbf{P}_{i|Z} = \rho^2 \mathbf{P}_{i-1|Z} + (1-\rho^2) \boldsymbol{\Gamma}^{(r)}$$

(3) 卡尔曼增益: $\mathbf{G}_i = \mathbf{P}_{i|Z} \boldsymbol{\Psi}_p^H (\sigma_v^2 \mathbf{I}_p + \boldsymbol{\Psi}_p \mathbf{P}_{i|Z} \boldsymbol{\Psi}_p^H)^{-1}$

(4) 更新: 信道估计值 $\hat{\mathbf{h}}_{i|Z} = \hat{\mathbf{h}}_{i|Z} + \mathbf{G}_i (\mathbf{Y}_p - \boldsymbol{\Psi}_p \hat{\mathbf{h}}_{i|Z})$, 协方差矩阵

$$\mathbf{P}_{i|Z} = (\mathbf{I}_L - \mathbf{G}_i \boldsymbol{\Psi}_p) \mathbf{P}_{i|Z}$$

(5) $i=i+1$

(6) 如果 $i \neq Z+1$, 返回(2), 否则到(7)

(7) 设置 $i=Z$

(8) $\mathbf{J}_{i-1} \triangleq \rho \mathbf{P}_{i-1|i-1} \mathbf{P}_{i|i-1}^{-1}$

(9) 平滑: $\hat{\mathbf{h}}_{i-1|Z} = \hat{\mathbf{h}}_{i-1|i-1} + \mathbf{J}_{i-1} (\hat{\mathbf{h}}_{i|Z} - \hat{\mathbf{h}}_{i|i-1})$, $\mathbf{P}_{i-1|Z} = \mathbf{P}_{i-1|i-1} +$

$$\mathbf{J}_{i-1} (\mathbf{P}_{i|Z} - \mathbf{P}_{i-1|i-1}) \mathbf{J}_{i-1}^H$$

(10) $i=i-1$

(11) 如果 $i \neq 1$, 返回(8), 否则到Step4

Step4 M-步: 利用式(29)计算 $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_l^{(r+1)}$, $l=0, 1, \dots, L-1$

Step5 $r=r+1$

Step6 如果 $\|\boldsymbol{\gamma}^{(r)} - \boldsymbol{\gamma}^{(r-1)}\|_2 > \epsilon$ 且 $r < r_{\max}$, 返回Step3, 否则停止计算, 输出估计结果

输出: $\hat{\mathbf{h}}_{i|Z}$ 和 $\mathbf{P}_{i|Z}$, $i=1, 2, \dots, Z$

$$\hat{\mathbf{D}}_{\text{ML}}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}_{\text{ML}} = \arg \max_{\mathbf{D}, \boldsymbol{\gamma}} p(\mathbf{Y} | \mathbf{D}; \boldsymbol{\gamma}) \quad (30)$$

其中, $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_Z]$, $\mathbf{d}_i \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为帧内第 i 个GFDM的发送符号矢量, $i=1, 2, \dots, Z$. 将信道脉冲矢量 $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z$ 作为隐变量, 采用EM算法对式(30)进行求解, 有

E-步:

$$Q(\mathbf{D}, \boldsymbol{\gamma} | \mathbf{D}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)})$$

$$= E_{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z | \mathbf{Y}; \mathbf{D}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}} \left(\log p(\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_Z; \mathbf{Y}; \mathbf{D}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) \right)$$

(31)

M-步:

$$\mathbf{D}^{(r+1)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r+1)} = \arg \max_{\mathbf{D}, \boldsymbol{\gamma}} Q(\mathbf{D}, \boldsymbol{\gamma} | \mathbf{D}^{(r)}, \boldsymbol{\gamma}^{(r)}) \quad (32)$$

考虑包括导频和数据符号估计值的完整信息, E-步的后验概率密度为 $p(\mathbf{h}_i | \mathbf{Y}_i; \mathbf{d}_i, \boldsymbol{\gamma}) = p(\mathbf{h}_i | \mathbf{Y}_i; \boldsymbol{\gamma}) \sim \text{CN}(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_h)^{[27]}$, 这里

$$\boldsymbol{\Sigma}_h = \boldsymbol{\Gamma} - \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Psi}_i^H \boldsymbol{\Sigma}_Y^{-1} \boldsymbol{\Psi}_i \boldsymbol{\Gamma} \quad (33)$$

$$\boldsymbol{\mu}_i = \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\Psi}_i^H \boldsymbol{\Sigma}_Y^{-1} \mathbf{Y}_i, \quad i=1, 2, \dots, Z \quad (34)$$

为了确定式(33)与式(34)中观测矩阵 $\boldsymbol{\Psi}_i$ 的初值, 首先利用K-MSBLC算法基于导频信息估计帧内每个GFDM符号所对应的信道脉冲矢量 $\hat{\mathbf{h}}_{i|Z}$, 并进行频域均

衡,即

$$\mathbf{y}'_i = \mathbf{F}_N^H (\hat{H}_i^{-1} \mathbf{F}_N \mathbf{y}_i), i = 1, 2, \dots, Z \quad (35)$$

其中, $\hat{H}_i = \text{diag}(\mathbf{F}_{N \times L} \hat{\mathbf{h}}_{iZ})$. 然后,对 GFDM 信号进行解调处理,有

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{d}}_{i,k} = \mathbf{F}_M^H (\mathbf{R}^\delta)^T (\mathbf{G}^\delta)^H (\mathbf{P}^{(k)})^T \mathbf{F}_N \mathbf{y}'_i, k \text{ 为数据子载波} \\ \hat{\mathbf{d}}_{i,k} = \mathbf{\Theta}^H (\mathbf{R}^\delta)^T (\mathbf{G}^\delta)^H (\mathbf{P}^{(k)})^T \mathbf{F}_N \mathbf{y}'_i, k \text{ 为导频子载波} \end{cases} \quad (36)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, Z; k = 0, 1, \dots, K-1$. 进而观测方程式(15)中的观测矩阵可以表示为

$$\mathbf{\Psi}_i = \text{diag}(\hat{\mathbf{r}}_i) \mathbf{F}_{N \times L} \quad (37)$$

其中, $\hat{\mathbf{r}}_i = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{P}^{(k)} \mathbf{G}^\delta \mathbf{R}^\delta \left(\mathbf{\Theta} \hat{\mathbf{d}}_{i,k} + \mathbf{F}_M \hat{\mathbf{d}}_{i,k} \right) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为第 i 个 GFDM 符号的频域信号估计值.

此时,观测矩阵 $\mathbf{\Psi}_i \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 既包含导频信息也包含数据符号的估计值. 结合式(6)的状态方程和式(15)的观测方程,在 E-步通过卡尔曼滤波与平滑算法进行 GFDM 信道估计,得到更为准确的 $\hat{\mathbf{h}}_{iZ}$ 和 \mathbf{P}_{iZ} . 在此基础上, M-步仍然利用式(29)计算超参数矢量 $\boldsymbol{\gamma}$,并对 GFDM 信号进行均衡与检测,通过式(37)构建新的观测矩阵. 经过 E-步与 M-步的迭代,实现 SBL 框架下基于卡尔曼滤波与平滑的 GFDM 联合信道估计与符号检测,具体的 K-MSBLJCS 算法如算法 2 所示.

接下来分析 K-MSBLJCS 算法以复数乘法次数为单位的计算复杂度. 对于算法 2 给出的 K-MSBLJCS 算法,考虑到 $N \gg L$, 以及 $N \gg p$, 其计算复杂度主要取决于每次迭代中 step5 的第(3)步卡尔曼增益 \mathbf{G}_i 的计算,这里 $i = 1, 2, \dots, Z$. \mathbf{G}_i 需要的复数乘法次数为 $N^3 + 2NL^2 + 2LN^2$, 故 K-MSBLJCS 算法在每次迭代运算的过程中总体复杂度可以表示为 $O(N^3 Z)$.

4 仿真与分析

本节对基于 K-MSBLJCS 算法的 GFDM 信道估计与符号检测的性能进行仿真. 此外,还对基于 OMP、MSBL 与 K-MSBLC 等算法的 GFDM 信道估计进行仿真,从而进行性能对比. 在仿真对比实验中,除 K-MSBLJCS 算法外,其余算法均采用文献[31]给出的低复杂度匹配滤波算法实现 GFDM 符号检测. 仿真参数如表 1 所示,其中多径信道的功率延迟分布采用车辆-A (Vehicular-A) 模型^[32],且信道每一路径的增益均服从瑞利分布.

图 2 与图 3 分别给出了在相对速度 100 km/h 环境下不同 GFDM 时变信道估计算法的 BER 性能与均方误差性能. 从图中可以看出,OMP 算法的性能最差,这是由于 OMP 算法仅利用了信道的稀疏特性信息,而未考虑多重响应模型及逐符号信道的相关特性. 相较于 OMP 算法,基于多重响应模型的 MSBL 算法在性能上有

算法 2 基于卡尔曼滤波与平滑的 MSBL 联合迭代信道估计与符号检测(K-MSBLJCS)算法

输入: \mathbf{Y}, ρ , 以及 σ_v^2

Step1 执行 K-MSBLC 算法,得到 $\hat{\mathbf{h}}_{iZ}, i = 1, 2, \dots, Z$

Step2 由式(35)、式(36)和式(37)计算得到 $\mathbf{\Psi}_i^{(0)}, i = 1, 2, \dots, Z$

Step3 初始化 EM 算法最大迭代次数 r_{\max} , EM 算法迭代停止判据 ϵ

Step4 设置迭代次数 $r = 0$, 超参数初值 $\boldsymbol{\Gamma}^{(0)} = \mathbf{I}_L$

Step5 E-步:

(1) 设置 $i = 1, \hat{\mathbf{h}}_{00} = \mathbf{0}_L$ 以及 $\mathbf{P}_{00} = \boldsymbol{\Gamma}^{(0)}$

(2) 预测: 信道预测值 $\hat{\mathbf{h}}_{iZ} = \rho \hat{\mathbf{h}}_{i-1Z}$, 协方差矩阵

$$\mathbf{P}_{iZ} = \rho^2 \mathbf{P}_{i-1Z} + (1 - \rho^2) \boldsymbol{\Gamma}^{(0)}$$

(3) 卡尔曼增益:

$$\mathbf{G}_i = \mathbf{P}_{iZ} (\mathbf{\Psi}_i^{(0)})^H (\sigma_v^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{\Psi}_i^{(0)} \mathbf{P}_{iZ} (\mathbf{\Psi}_i^{(0)})^H)^{-1}$$

(4) 更新: 信道估计值 $\hat{\mathbf{h}}_{iZ} = \hat{\mathbf{h}}_{i-1Z} + \mathbf{G}_i (\mathbf{Y} - \mathbf{\Psi}_i^{(0)} \hat{\mathbf{h}}_{i-1Z})$, 均方误差

$$\mathbf{P}_{iZ} = (\mathbf{I}_L - \mathbf{G}_i \mathbf{\Psi}_i^{(0)}) \mathbf{P}_{i-1Z}$$

(5) $i = i + 1$

(6) 如果 $i \neq Z + 1$, 返回(2), 否则到(7)

(7) 设置 $i = Z$

$$(8) \mathbf{J}_{i-1} \triangleq \rho \mathbf{P}_{i-1Z} \mathbf{P}_{i-1Z}^{-1}$$

(9) 平滑: $\hat{\mathbf{h}}_{i-1Z} = \hat{\mathbf{h}}_{i-1Z} + \mathbf{J}_{i-1} (\hat{\mathbf{h}}_{iZ} - \hat{\mathbf{h}}_{i-1Z})$, $\mathbf{P}_{i-1Z} = \mathbf{P}_{i-1Z} + \mathbf{J}_{i-1} (\mathbf{P}_{iZ} - \mathbf{P}_{i-1Z}) \mathbf{J}_{i-1}^H$

$$\mathbf{J}_{i-1} (\mathbf{P}_{iZ} - \mathbf{P}_{i-1Z}) \mathbf{J}_{i-1}^H$$

(10) $i = i - 1$

(11) 如果 $i \neq 1$, 返回(8), 否则到 Step6

Step6 M-步: 利用式(29)计算 $\hat{\boldsymbol{\gamma}}_i^{(r+1)}, l = 0, 1, \dots, L-1$

Step7 $r = r + 1$

Step8 通过式(35)、式(36)和式(37)分别更新数据符号的估计值 $\hat{\mathbf{d}}_i^{(r)}$ 和观测矩阵 $\mathbf{\Psi}_i^{(r)}, i = 1, 2, \dots, Z$

Step9 如果 $\|\boldsymbol{\gamma}^{(r)} - \boldsymbol{\gamma}^{(r-1)}\|_2^2 > \epsilon$ 且 $r \leq r_{\max}$, 返回 Step5, 否则停止计算, 输出估计结果

输出: $\hat{\mathbf{h}}_{iZ}$ 和 $\hat{\mathbf{d}}_i, i = 1, 2, \dots, Z$

表 1 仿真实验参数设置

物理参数	值
载波频率 f_c	5.5 GHz
系统带宽 B	10 MHz
GFDM 符号子载波数目 K	64
GFDM 符号子符号数目 M	7
GFDM 符号循环前缀长度 N_{CP}	40
原型滤波器	根升余弦函数, 滚降因子 0.1
GFDM 帧内的 GFDM 符号数 Z	5
每个 GFDM 符号内的导频数目 p	22
映射方式	QPSK
信道多径时延	[0, 310, 710, 1 090, 1 730, 2 510] ns
信道路径功率	[0, -1, -9, -10, -15, -20] dB
信道脉冲响应总抽头数目 L	30

着显著的提升. 而 K-MSBLC 算法的性能优于 MSBL 算法, 由此可见利用卡尔曼算法对块时变信道进行跟踪

可以有效改善信道估计性能. 此外,联合使用数据子载波与导频子载波符号信息的K-MSBLJCS算法,能够进一步提高K-MSBLC算法的性能,由图2可以看出K-MSBLJCS算法的BER性能与具备完美信道状态信息的情况非常接近.

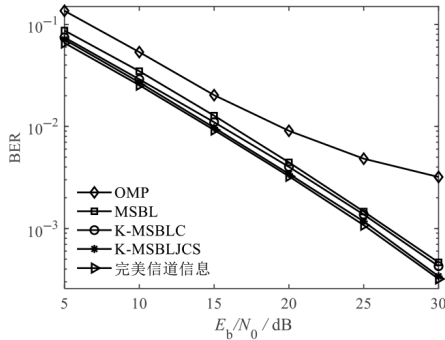


图2 时变信道下不同GFDM信道估计算法的BER性能比较

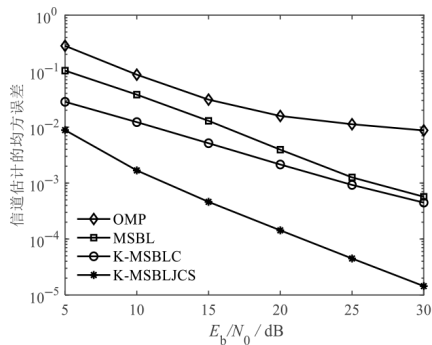


图3 时变信道下不同GFDM信道估计算法的均方误差性能比较

图4给出了系统相对速度分别为100 km/h、200 km/h和300 km/h的情况下,MSBL、K-MSBLC和K-MSBLJCS这3种算法BER性能的比较.可以看出随着相对速度的增大,3种算法均表现出较为稳定的BER性能,即BER性能受信道相关系数 ρ 的影响很小.

K-MSBLC和K-MSBLJCS这2种算法在基于卡尔曼滤波与平滑的信道估计过程中,需要使用信道相关系数 ρ ,但是在实际应用中会存在信道相关系数 ρ 失配的情况.

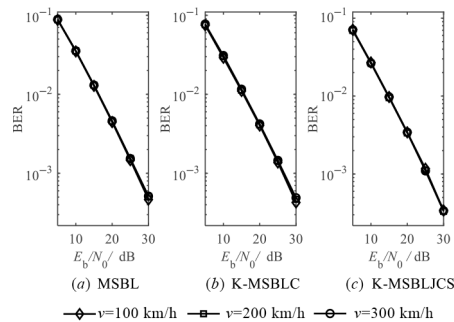


图4 不同运动速度下MSBL、K-MSBLC和K-MSBLJCS算法的BER性能比较

为分析 ρ 失配对本文所提K-MSBLC和K-MSBLJCS算法的影响,图5给出了在相对速度为300 km/h时, $E_b/N_0=5$ dB、 $E_b/N_0=15$ dB、 $E_b/N_0=25$ dB三种情况下,信道相关系数失配值 $\Delta\rho=\rho-\hat{\rho}$ 对信道估计均方误差的影响曲线,这里 $\hat{\rho}$ 为算法中实际使用的信道相关系数, ρ 为真实值.由图5可以看出,K-MSBLJCS算法信道估计均方误差值随 $\Delta\rho$ 的变化基本保持不变;而K-MSBLC算法仅在符号信噪比为5 dB和15 dB的情况下,当 $\Delta\rho \geq 0.02$ 时,信道估计均方误差值出现了小幅增加.总体而言,K-MSBLC和K-MSBLJCS算法对 $\Delta\rho$ 的变化并不敏感,这是因为 ρ 仅通过式(29)影响超参数矢量 γ 的估计值.由于 $0 \leq \rho \leq 1$,且信道相关系数失配值 $\Delta\rho$ 在式(29)中产生的偏差值 $\rho \cdot \Delta\rho + (\Delta\rho)^2$ 通常是一个数值很小的量,故 $\Delta\rho$ 对 γ 的估计性能影响很小.特别是K-MSBLJCS算法由于采用了联合信道估计与符号检测迭代处理,对相关系数的失配较K-MSBLC具有更高的鲁棒性.

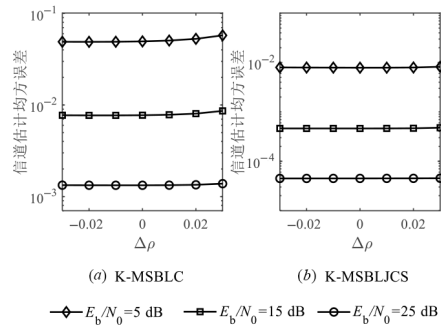


图5 不同信噪比下 $\Delta\rho$ 对K-MSBLC和K-MSBLJCS算法信道估计均方误差性能的影响

K-MSBLJCS算法单次迭代的计算复杂度为 $O(N^3Z)$,其收敛特性是影响算法整体计算复杂度的关键因素.为了分析K-MSBLJCS算法收敛情况,对不同符号信噪比下K-MSBLJCS算法迭代次数进行了仿真.图6是在速度为100 km/h,符号信噪比分别为5 dB、15 dB和25 dB情况下K-MSBLJCS算法的收敛曲线.由仿真

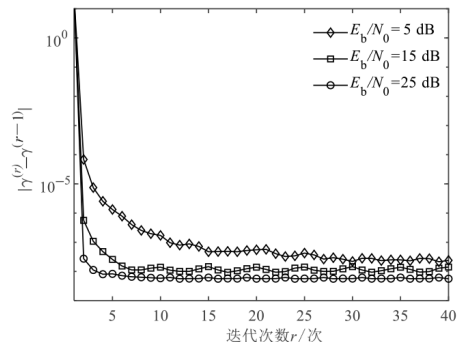


图6 不同信噪比下K-MSBLJCS算法收敛速度性能

结果可以看出 K-MSBLJCS 算法可以达到快速收敛,并且随着符号信噪比的增加,收敛速度逐渐加快.在符号信噪比为 5 dB 的情况下仅需要迭代 20 次左右就可达到收敛,而符号信噪比为 15 dB 和 25 dB 时迭代收敛的次數均小于 8 次.

5 结论

针对 GFDM 系统稀疏时变信道估计问题,本文采用无干扰导频插入方式消除导频污染,并在 SBL 架构下通过超参数描述信道的稀疏特性.基于 EM 算法的 E-步与 M-步的迭代得到信道的最大似然估计值,并在 E-步中使用卡尔曼滤波与平滑技术,以在信道估计过程中利用时变信道的时域相关性信息,得到了 K-MSBLC 信道估计算法.在此基础上,提出了基于 SBL 的 GFDM 联合迭代信道估计与符号检测算法 K-MSBLJCS,通过信道估计与符号检测过程的迭代处理,达到逐步提高 GFDM 通信系统性能的目的.仿真结果表明,K-MSBLC 和 K-MSBLJCS 算法的信道估计性能优于传统的 OMP 和 MSBL 压缩感知算法,且对信道的多普勒频移不敏感.在基于 SBL 的三种算法中,K-MSBLJCS 算法的信道估计与符号检测性能最好,能以较少的迭代次数达到收敛,并获得接近完美信道状态信息下的性能.此外,K-MSBLC 和 K-MSBLJCS 算法对块时变信道的相关系数失配具有很高的鲁棒性.

参考文献

- [1] DE ALMEIDA I B F, MENDES L L, RODRIGUES J J P C, et al. 5G waveforms for IoT applications[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2019, 21(3): 2554-2567.
- [2] LINSALATA F, KUMAR A, MAGARINI M. Design of DGT-based linear and non-linear equalizers for GFDM transmission[J]. *Physical Communication*, 2020, 42: 101144.
- [3] EHSANFAR S, MATTHE M, ZHANG D, et al. A study of pilot-aided channel estimation in MIMO-GFDM systems [C]//WSA 2016; 20th International ITG Workshop on Smart Antennas. Munich: VDE, 2016: 1-8.
- [4] EHSANFAR S, MATTHE M, ZHANG D, et al. Theoretical analysis and CRLB evaluation for pilot-aided channel estimation in GFDM[C]//2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). Piscataway: IEEE, 2016: 1-7.
- [5] PERMANA A K, HAMID E Y. Performance evaluation of GFDM channel estimation using DFT for tactile Internet application[J]. *Electronics*, 2021, 10(5): 595.
- [6] ZENG Y H, SUN S M, WANG Y H, et al. Fast channel estimation for massive machine type Communications I [C]//2022 IEEE 96th Vehicular Technology Conference (VTC2022-Fall). Piscataway: IEEE, 2022: 1-5.
- [7] VILAIORN SAWAI U, JIA M. Scattered-pilot channel estimation for GFDM[C]//2014 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE, 2014: 1053-1058.
- [8] EHSANFAR S, MATTHE M, ZHANG D, et al. Interference-free pilots insertion for MIMO-GFDM channel estimation[C]//2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE, 2017: 1-6.
- [9] CHEN P C, SU B, HUANG Y. Matrix characterization for GFDM: Low complexity MMSE receivers and optimal filters[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(18): 4940-4955.
- [10] NA Z Y, PAN Z, XIONG M D, et al. Turbo receiver channel estimation for GFDM-based cognitive radio networks[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 9926-9935.
- [11] MOHAMMADIAN A, TELLAMBURA C. Joint channel and phase noise estimation and data detection for GFDM [J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2021, 2: 915-933.
- [12] JEONG J, PARK Y, WEON S, et al. Eigendecomposition-based GFDM for interference-free data transmission and pilot insertion for channel estimation[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(10): 6931-6943.
- [13] EHSANFAR S, MATTHÉ M, CHAFII M, et al. Pilot- and CP-aided channel estimation in MIMO non-orthogonal multi-carriers[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(1): 650-664.
- [14] LIU Y J, ZHU X, LIM E G, et al. A semi-blind multiuser SIMO GFDM system in the presence of CFOs and IQ imbalances[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(1): 48-63.
- [15] ZHANG M J, WEN C K, JIN S, et al. A model-driven deep learning network for quantized GFDM receiver[J]. *Journal of Communications and Information Networks*, 2019, 4(3): 53-59.
- [16] CUI P F, ZHANG J A, LU W J, et al. Statistical sparse channel modeling for measured and simulated wireless temporal channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(12): 5868-5881.
- [17] 张凯, 于宏毅, 胡赟鹏, 等. 基于 EM-SBL 迭代的稀疏 SIMO 信道频域均衡算法[J]. *电子学报*, 2018, 46(2): 372-380.
- ZHANG K, YU H Y, HU B /Y)P, et al. Blind frequency-domain equalization for sparse SIMO channels based on iterative EM-SBL algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*,

- 2018, 46(2): 372-380. (in Chinese)
- [18] DING W B, YANG F, PAN C Y, et al. Compressive sensing based channel estimation for OFDM systems under long delay channels[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2014, 60(2): 313-321.
- [19] LEE H C, GONG C S A, CHEN P Y. A compressed sensing estimation technique for doubly selective channel in OFDM systems[J]. IEEE Access, 2019, 7: 115192-115199.
- [20] 樊甫华, 阮怀林. 低信噪比下非凸化压缩感知超宽带信道估计方法[J]. 电子学报, 2014, 42(2): 353-359.
- FAN F H, RUAN H L. Non-convex compressive sensing ultra-wide band channel estimation method in low SNR conditions[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(2): 353-359. (in Chinese)
- [21] PRASAD R, MURTHY C R. Bayesian learning for joint sparse OFDM channel estimation and data detection[C]//2010 IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM. Piscataway: IEEE, 2010: 1-6.
- [22] PRASAD R, MURTHY C R, RAO B D. Joint approximately sparse channel estimation and data detection in OFDM systems using sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(14): 3591-3603.
- [23] SRIVASTAVA S, KUMAR M S, MISHRA A, et al. Sparse doubly-selective channel estimation techniques for OSTBC MIMO-OFDM systems: A hierarchical Bayesian Kalman filter based approach[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(8): 4844-4858.
- [24] ZHAO L, GAO W J, GUO W B. Sparse Bayesian learning of delay-doppler channel for OTFS system[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(12): 2766-2769.
- [25] WEI Z Q, YUAN W J, LI S Y, et al. Off-grid channel estimation with sparse Bayesian learning for OTFS systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(9): 7407-7426.
- [26] ZHANG J N, LI Y, NIU K. Iterative channel estimation algorithm based on compressive sensing for GFDM[C]//2016 IEEE International Conference on Network Infrastructure and Digital Content (IC-NIDC). Piscataway: IEEE, 2016: 244-248.
- [27] SIMEONE O, BAR-NESS Y, SPAGNOLINI U. Pilot-based channel estimation for OFDM systems by tracking the delay-subspace[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004, 3(1): 315-325.
- [28] WIPF D P, RAO B D. An empirical Bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(7): 3704-3716.
- [29] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall PTR, 1993.
- [30] GHAHRAMANI Z, HINTON G E. Parameter Estimation for Linear Dynamical Systems[R]. Toronto: University of Toronto, 1996.
- [31] GASPAR I, MICHALOW N, NAVARRO A, et al. Low complexity GFDM receiver based on sparse frequency domain processing[C]//2013 IEEE 77th Vehicular Technology Conference (VTC Spring). Piscataway: IEEE, 2013: 1-6.
- [32] International Telecommunication Union (ITU). Guidelines for evaluation of radio transmission technologies (RTT) for IMT-2000[EB/OL]. (1997-02-28) [2022-04-29]. https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.1225-0-199702-1!!PDF-E.pdf.

作者简介



王莹 男, 1968年9月生, 河北保定人. 现为大连海事大学信息科学技术学院教授、硕士生导师. 主要研究方向为移动通信技术、无线自组网网络.

E-mail: wangying@dlnu.edu.cn



于永海 男, 1997年8月生, 内蒙古赤峰人. 现为大连海事大学信息科学技术学院硕士研究生. 主要研究方向为移动通信技术.

E-mail: 1835759984@qq.com



郑毅 男, 1996年12月生, 山东日照人. 现为大连海事大学信息科学技术学院硕士研究生. 主要研究方向为移动通信技术、强化学习.

E-mail: zhengyi347388256@126.com



林彬 女, 1977年6月生, 辽宁大连人. 现为大连海事大学信息科学技术学院教授、博士生导师. 主要研究方向为海上无线通信与网络技术、大规模网络规划与优化.

E-mail: Binlin@dlnu.edu.cn